



(لصفاً پیش از شروع، صفحه اول پاسخنامه را با دقت مطالعه نمائید)

۱- یک عدد ۴ رقمی را تقسیمی گوئیم اگر رقم‌ها متفاوت بوده و بر عدد ۹۹ بخش پذیر باشد. چند عدد تقسیمی داریم؟ [۴ امتیاز]

۲- در دنباله با ضابطه
$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = a_{n-1} + 2n - 2, \quad n > 1 \end{cases}$$
 مطلوبست a_{1388} ؟ [۳ امتیاز]

۳- نقطه P داخل مثلث ABC چنان است که مساحت مثلث‌های PAB, PCA, PBC با هم برابرند ثابت کنید P مرکز ثقل (محل تلاقی سه میانه) مثلث ABC است. [۴ امتیاز]

۴- ثابت کنید در هر مثلث، نیمساز نظیر هر رأس بین ارتفاع و میانه نظیر همان رأس قرار دارد. [۴ امتیاز]

۵- آیا می‌توان عددهای طبیعی متمایز و کوچکتر از ۱۰۰ را طوری در خانه‌های جدولی 4×4 نوشت که حاصل ضرب عددهای هر یک از ستون‌ها و حاصل ضرب عددهای هر یک از سطرها باهم برابر باشند؟ [۵ امتیاز]

۶- معادله $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \dots + \frac{1}{(x+1387)(x+1388)} = 1$ را حل کنید. [۳ امتیاز]

۷- اگر تابع f در رابطه $yf(xy) = f(x)$ صدق کند و $f(200) = 9$ باشد، حاصل $f^2(300) + f^2(200) - 100f(6000)$ را بیابید. [۳ امتیاز]

۸- عددی در مبنای عددنویسی b به صورت ۲۴ نوشته می‌شود و مجذور آن در همان مبنای b به صورت ۵۵۴ نوشته می‌شود. عدد b در مبنای ۱۰ را محاسبه کنید. [۴ امتیاز]